Zur Praxis numerischer Filter

Hans v. Storch
(April 1977)

Filter werden in der theoretischen Meteorologie an mindestens drei verschiedenen Stellen verwandt:

- in Vorhersagemodellen zu Stabilisierungszwecken

- in Vorhersagemodellen mit Gitternetzen aus Längen- und Breitenkreisen zur Sicherstellung der lokalen Gültigkeit des CFL-Kriteriums (Herausnahme der kurzwelligen Anteile in Polnähe; siehe etwa [11])

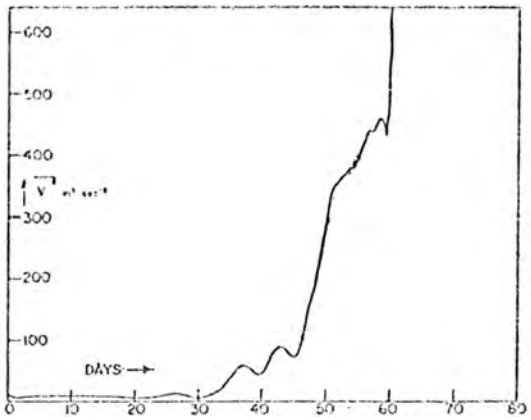
- zur Analyse meteorologischer Felder (siehe etwa [12])

Im Folgenden wird über die Erfahrungen bei der Verwendung (numerischer) Filter zur Stabilisierung in Vorhersagemodellen und über den Stand des laufenden Experiments von RÖCKNER und mir berichtet.

Filtern in Vorhersagemodellen; Erfahrungen

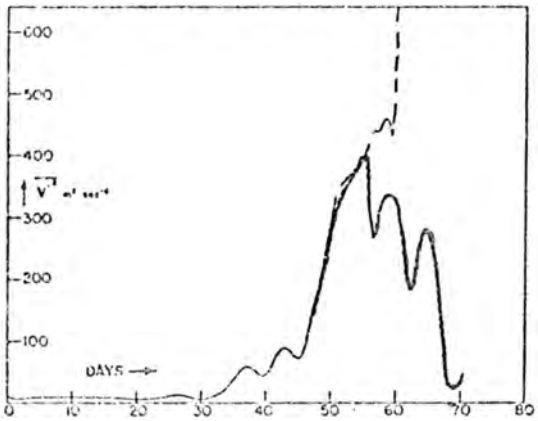
1956 führte PHILLIPS eine Rechnung mit der barotropen nicht-linearen Vorticity-Gleichung in einem zweidimensionalen

Kanal durch. Diese Rechnung wurde instabil, nachdem 7 bis 8 Wochen in der Natur gerechnet worden waren. Dieses Platzen wurde zunächst auf den Truncation-Fehler zurückgeführt. Folgerichtig führte PHILLIPS 1959 ein weiteres Experiment mit kleinerer Maschenweite (und einigen Abänderungen in den Gleichungen) durch ([1]). Aber auch diese Rechnung wurde wieder zum gleichen Zeitpunkt instabil.



Anwachsen der Eddy-Energie in der Zeit im PHILLIPS-Experiment. aus [1]

Da sowohl die Maschenweite als auch die zugrunde liegenden Gleichungen abgeändert worden waren, konnte weder die Auflösung noch die Gleichung für die Explosion verantwortlich gemacht werden. Daraufhin wurden alle Anteile mit Wellenlängen kleiner als 4 Maschenweiten herausgenommen. Dies wurde realisiert, indem regelmäßig (etwa alle 2 oder alle 6 Stunden) eine Fourier-Analyse durchgeführt wurde und bei der Rekombination nur diejenigen Wellen benutzt wurden, deren Wellenlängen größer gleich 4 Maschenweiten waren. Die Rechnung wurde mit den Daten des 1959ger Laufs zu einem Zeitpunkt kurz vor dem Platzen aufgenommen. Die Energie stabilisierte sich wieder um schließlich wieder auf den ursprünglichen Wert zurückzugehen:



Verhalten der Eddy-Energie im Experiment mit Herausfiltern der kurzwelligen Anteile. aus [1]

Entscheidend an diesem Experiment war, daß sich der Effekt des "aliasing" als maßgeblich für die nichtlineare Instabilität herausstellte.

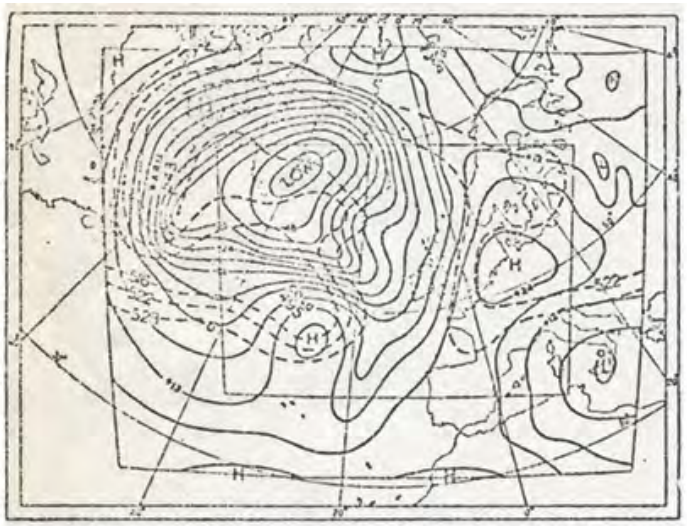
--

Schon 1958 hatte SHUMAN ([2]) eine Filtermethode vorgestellt, die die explizite zeitaufwendige Fourier-Analyse überflüssig machte und stattdessen mit gewissen übergreifenden Mitteln arbeitet. Diese Filtermethode kam im nächsten Experiment, das von WALLINGTON ([3]) durchgeführt wurde, zur Anwendung.

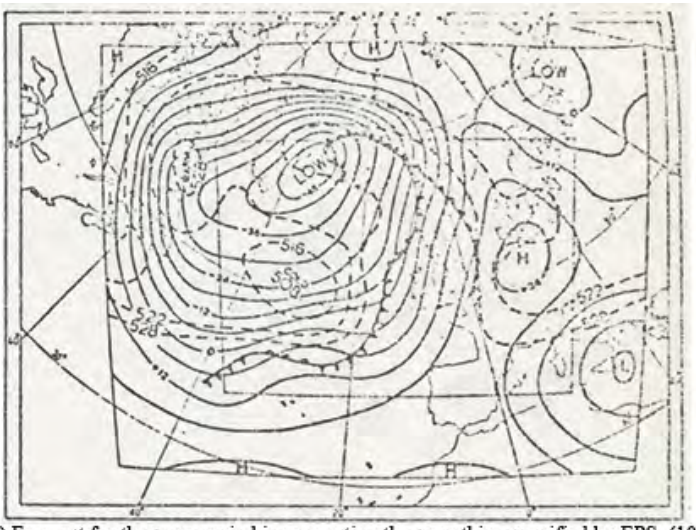
WALLINGTON hatte beim Arbeiten mit dem Vorhersagemodell von BUSHBY/WHITELAM (s.[4]), einem Modell, daß mit der Höhe der 600 mb-Schicht und den Dicken der 1000-600 mb-Schicht und der der 600-200mb-Schicht als Vorhersagegrößen arbeitete und Aussagen für ein beschränktes Gebiet machte, festgestellt.

> daß in den 24- und 36stündigen Vorhersagen die Wellen mit Wellenlängen von 2 bis 4 Maschenweiten synoptisch unrealistische Irregularitäten aufwiesen.

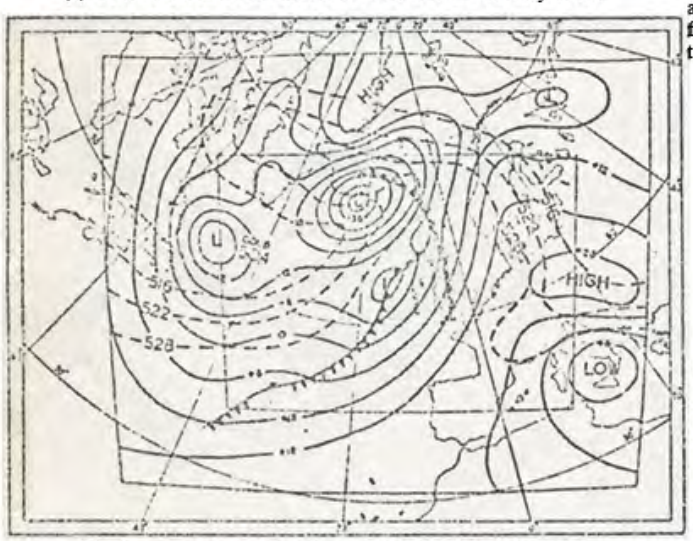
Daraufhin führte er einige Rechnungen mit diesem Modell mit 3stündiger Filterung (Zeitschritt 45 Minuten) und ohne Filterung durch. Dabei ergab sich als Ergebnis:



(a) Unsmoothed 18-hr forecast for 00 GMT 27 January 1961.

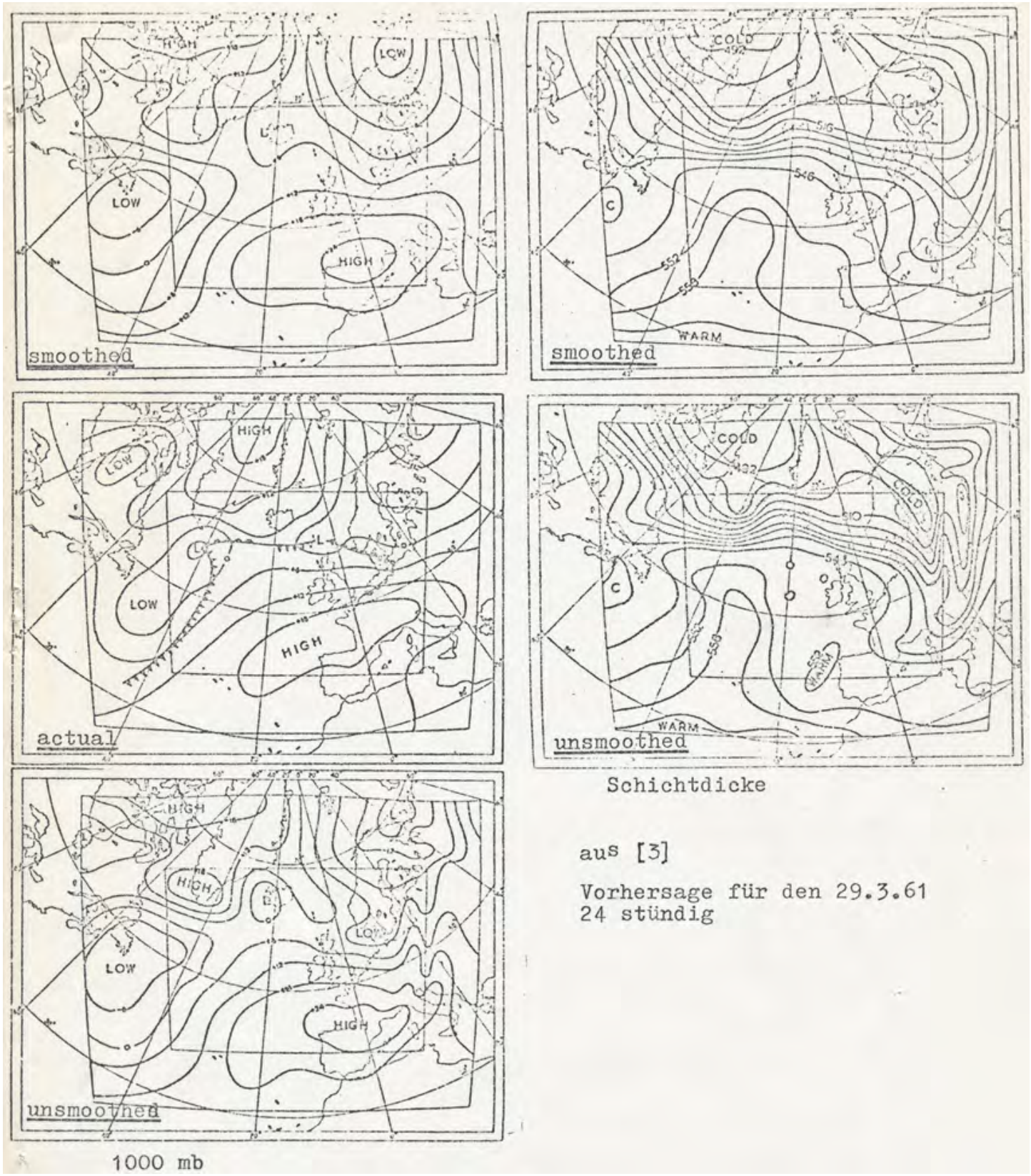


(b) Forecast for the same period incorporating the smoothing specified by EPS. (10) and (11) every three hours. This computation also included the advection of cold fronts and occlusions at the 1,000 mb geostrophic wind speed and warm fronts at two-thirds of this speed.



(c) Actual synoptic situation at 00 GMT 27 January 1961.

aus [3]



1000 mb

Schichtdicke

aus [3]

Vorhersage für den 29.3.61
24 stündig

Trotz des positiven Versuchs von WALLINGTON scheint es dann im folgenden Jahrzehnt keine weiteren Experimente in dieser Richtung mehr gegeben haben, da inzwischen zwei weitere Methoden zur Unterdrückung des aliasing entwickelt wurden:

(a) das Hinzufügen von Diffusionstermen in die Vorhersagegleichungen

(b) die Auswahl von Differenzenapproximation, die einen Mechanismus enthalten, der das aliasing verhindert. (ARAKAWA-Schema (s.[5] ; Energie- und Enstrophy-erhaltend.) 1961)

— — diffusive Verfahren

1971 veröffentlicht SHAPIRO ([6]) eine Arbeit, in der er die Filtermethode mit verschiedenen Diffusionsmethoden vergleicht.

Er behandelt zwei Bodendruckfelder je 10 000 Mal (dies entspricht einer periodischen Filterung bei sehr langer Rechendauer) mit

— einem Fick'schen Diffusionsansatz

$$P_i^{n+1} = P_i^n + k_1 \Lambda t \delta_{xx}(P_i)$$

— für die vorherzusagende Größe P_i

— einem variablen Diffusionsansatz

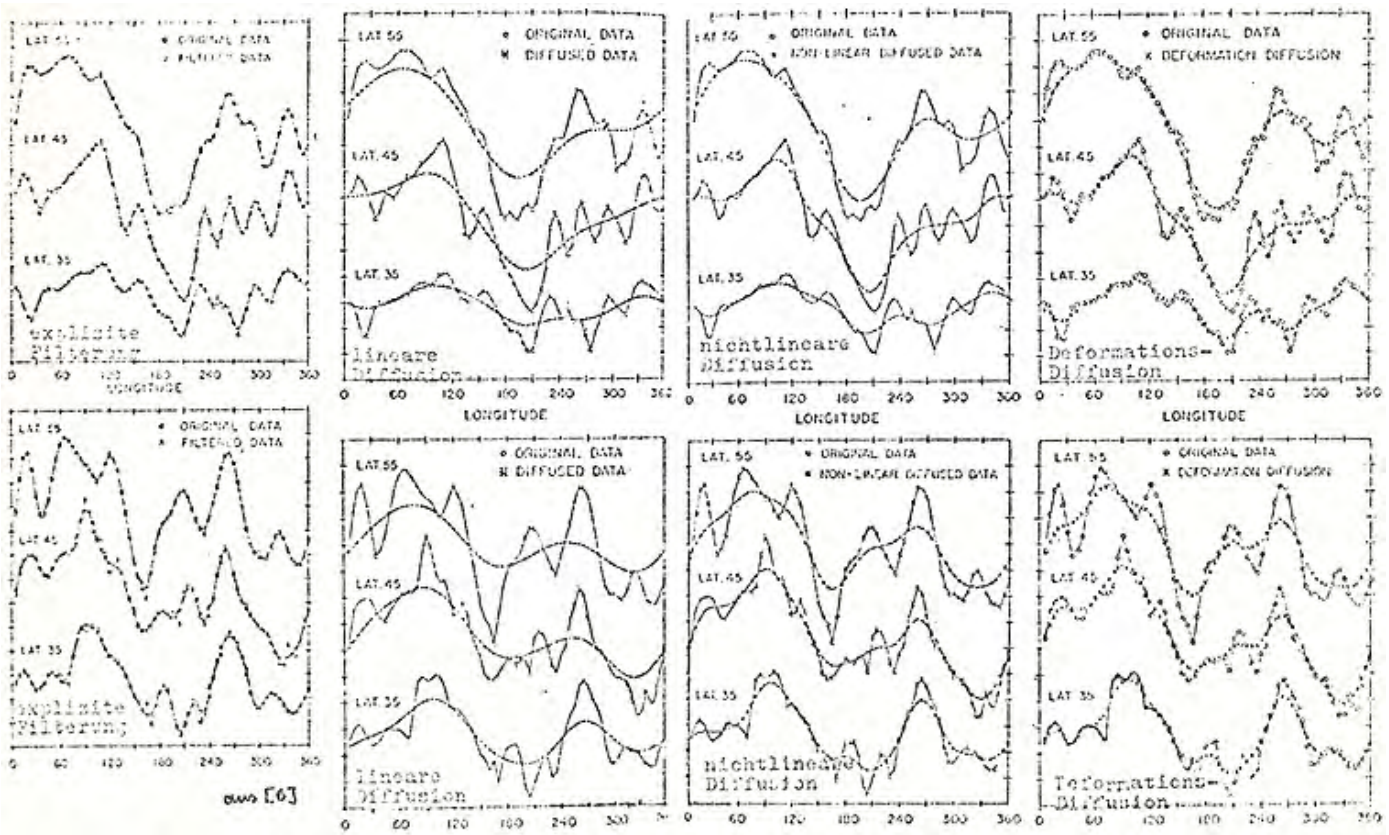
$$P_i^{n+1} = P_i^n + \cdots$$

dem einem Deformationsabhängigen Diffusionsansatz

$$P_i^{n+1} = P_i^n + k_3 \Lambda t \ \delta_x(\delta_{xx}(P_i)\ \delta_x P_i))$$

— der SHUMAN-Methode mit gewissen übergreifenden Mitteln

Als Ergebnis erhält man:



Entscheidend ist wohl noch an dieser Arbeit die Unterscheidung von zwei Funktionen des Filtern:
- Unterdrückung des aliasing
- Parametrisation der atmosphärischen Diffusion.

— —

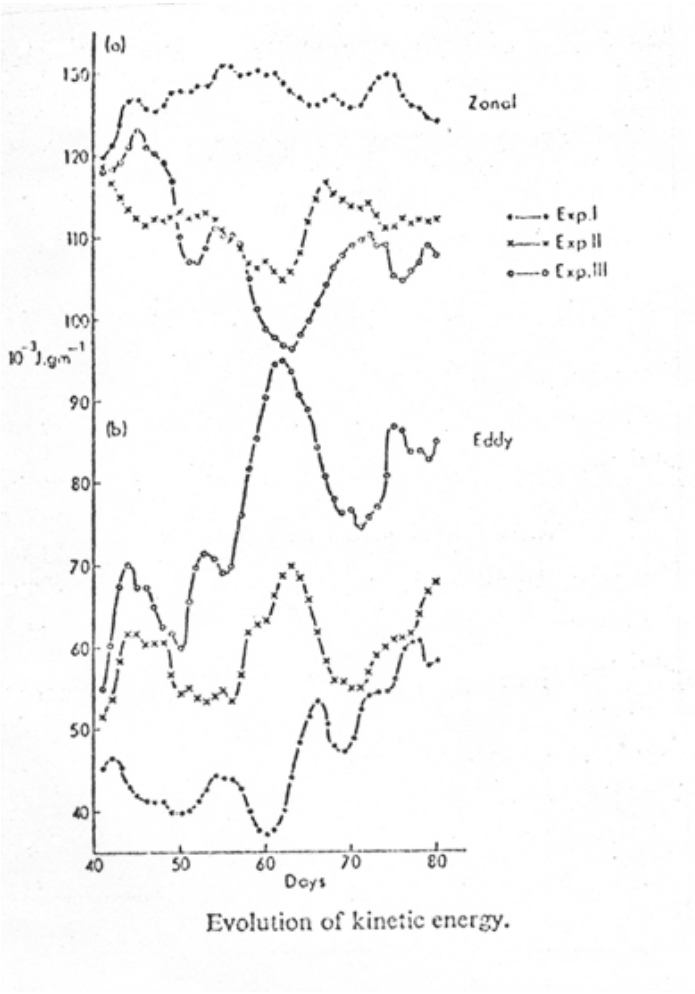
Der Gesichtspunkt der Parametrisation durch numerische Filter wird von P.E. FRANCIS (s. [7], 1975) wieder aufgegriffen. Mit einem Langfrist-Hemisphärenmodel (von Corby, Gilchrist, Newson, s. [9]) führte er drei Experimente durch:

Exp.I: Diffusionsansatz
keine Filterung

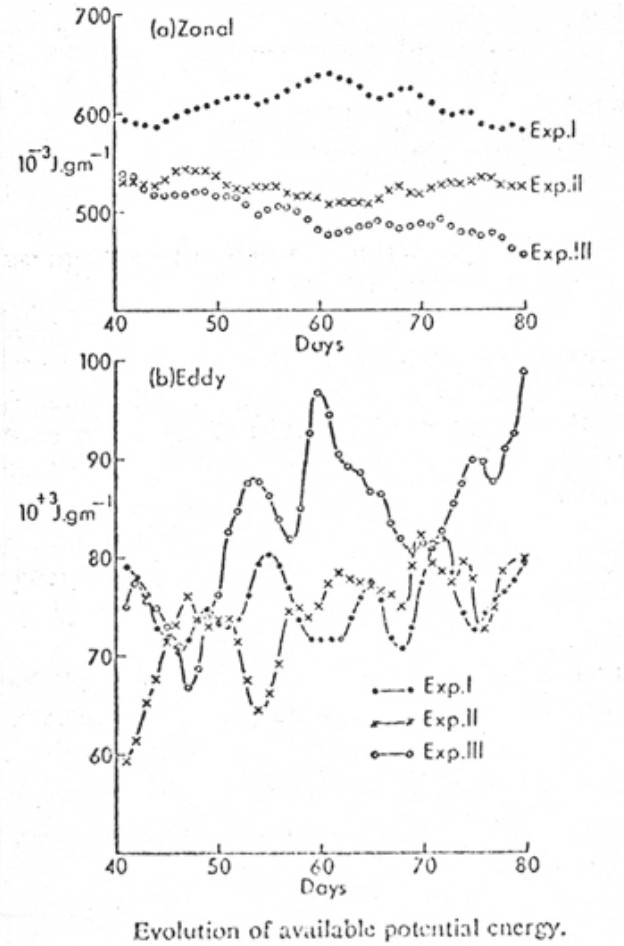
Exp.II: meridional: Diffusionsansatz
zonal: numerische Filterung

Exp.III: kein Diffusionsterm
meridionale und zonale Filterung

Es erwies sich, daß mit Experiment III die realistischsten Resultate erzielt wurden. Durch die bessere Charakteristik der Filtermethode (sehr schwaches Dämpfen der nichtkurzen Wellen; sehr starke Dämpfung der kurzwelligen Anetile) gegenüber der Methode mit direktem Diffusionsterm ergaben sich insbesondere höhere Werte für die eddy available potentielle Energie und die eddy kinetische Energie (s. Abb.)



Evolution of kinetic energy.



Evolution of available potential energy.

aus [7]

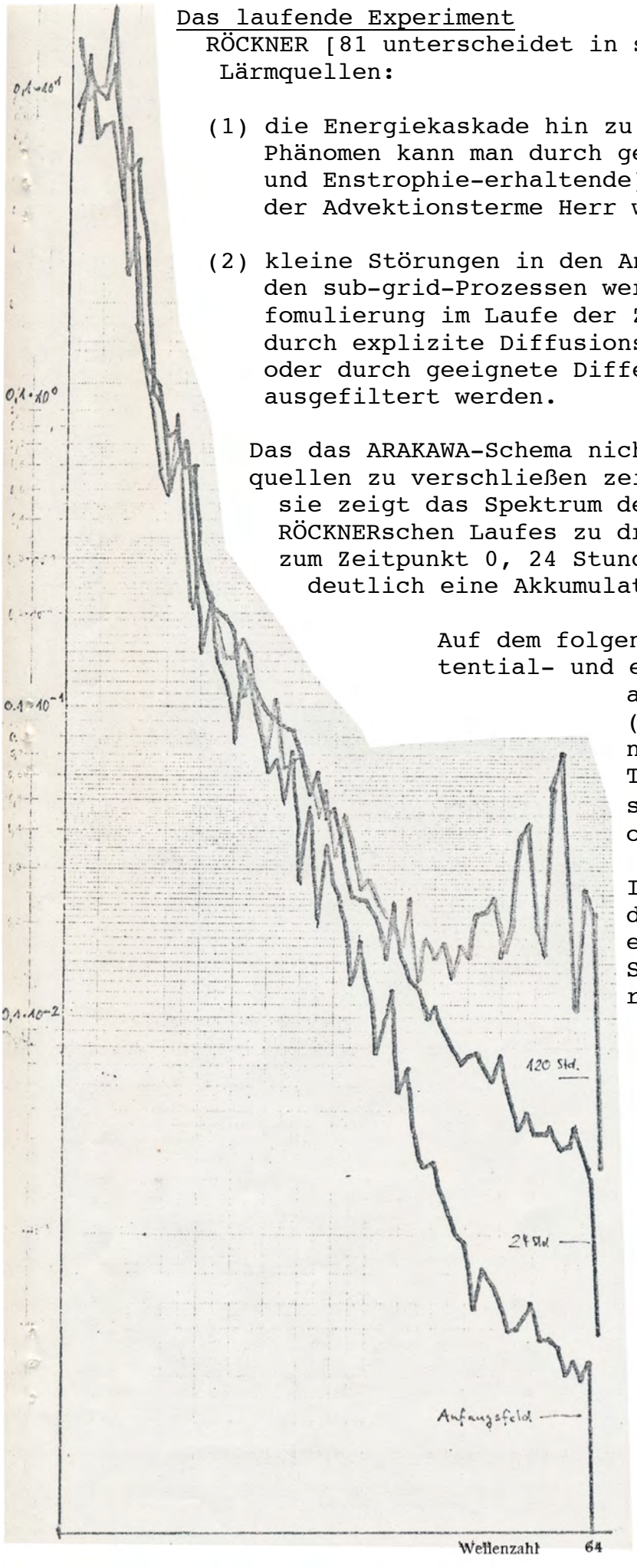
Das laufende Experiment

RÖCKNER [81 unterscheidet in seinem Modell 2 Sorten von Lärmquellen:

(1) die Energiekaskade hin zu den kurzen Wellen. Diesen Phänomen kann man durch geeignete (nämlich Energie- und Enstrophie-erhaltende) Differenzenapproximationen der Advektionsterme Herr werden.

(2) kleine Störungen in den Anfangsfeldern sowie aus den sub-grid-Prozessen werden durch die Differenzenfomulierung im Laufe der Zeit verstärkt. Sie müssen durch explizite Diffusionsterme, durch Filtermethoden oder durch geeignete Differenzenapproximationen herausgefiltert werden.

Das das ARAKAWA-Schema nicht ausreicht, um beide Lärmquellen zu verschließen zeigt die nebenstehende Abbildung: sie zeigt das Spektrum der kinetischen Energie eines RÖCKNERschen Laufes zu drei verschiedenen Zeitpunkten: zum Zeitpunkt 0, 24 Stunden und 120 Stunden. Man erkennt deutlich eine Akkumulation im kurzwelligen Bereich.



Auf dem folgenden Blatt sind ein Geopotential- und ein Temperaturfeld einer anderen RÖCKNERschen Rechnung (feine Hannover'sche Auflösung) nach einer Rechendauer von 13 Tagen dargestellt. Auch hier sind deutlich $2\Delta x$-Wellen zu beobachten.

Im Laufenden Experiment ist in das Hamburger Modell von RÖCKNER ein numerischer Filter nach SHAPIRO [10] mit der Charakteristik

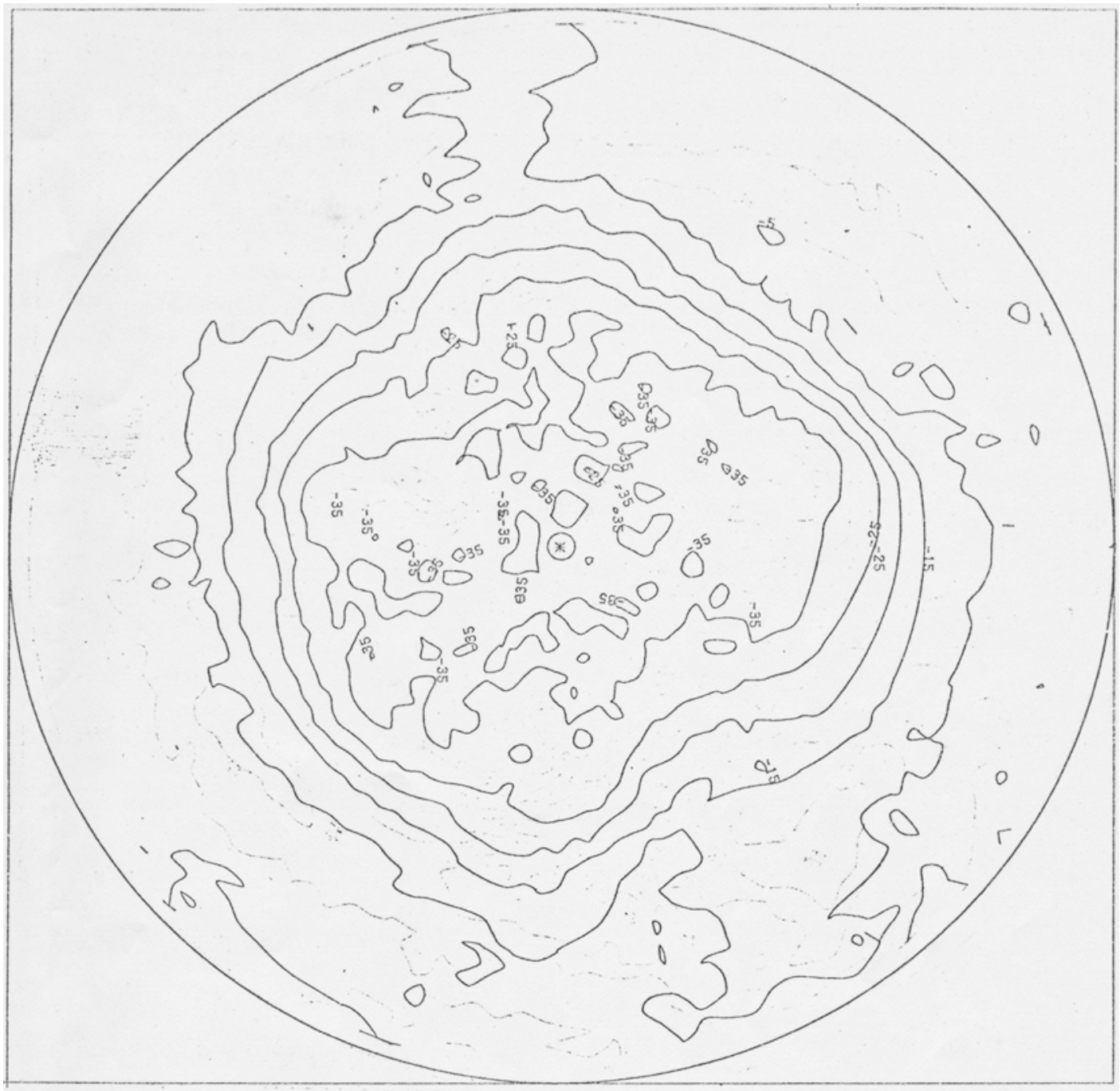
$$\varrho_i(k) = 1 - \sin^{(2^i)}\left[\frac{k}{2}\Delta x\right]$$

eingebaut worden ($k = 2\pi / L$) Dabei ist i ein frei wählbarer Parameter, der in der Folge als Filterstufe bezeichnet wird.

Dieser Filter hat die Eigenschaften (siehe [10])

(1) $\bigwedge_{i\in\mathbb{N}} \quad 0 \leqq \varrho_i \leqq 1$

d.h. er dämpft sämtliche Wellen; insbesondere wird keine Welle verstärkt, was bei häufiger Anwendung sehr wichtig ist.



VARIABLE T. SCHICHT 2.

ZEIT IN TAGEN 13

Ergebnis einer Rechnung von RÖCKNER im feinen Hannover-Netz

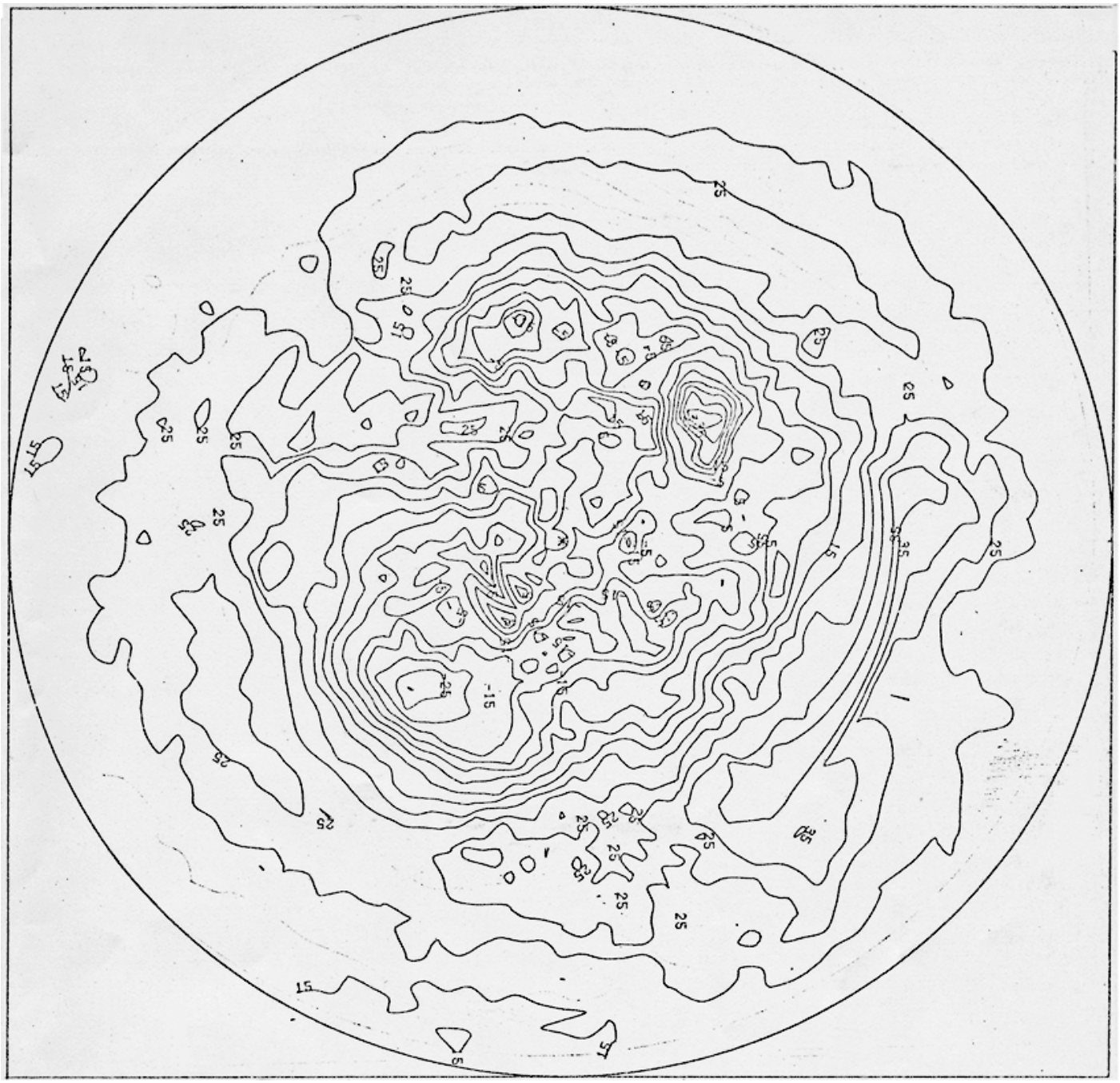
(2) $\bigwedge_{i \in \mathbb{N}} \varrho_i(2\pi/2\Delta x) = 0$ d.h. die kürzeste noch auflösbare Welle wird ausgelöscht

(3) $\bigwedge_{\substack{L > 2\Delta x \\ \varepsilon > 0}} \bigvee_{j \in \mathbb{N}} \bigwedge_{\substack{k \leq 2\pi \\ i \geq j}} /L \quad |1 - \varrho_i(k)| < \varepsilon$

d.h. Man kann die Dämpfung aller Wellen -mit Ausnahme der $2\Delta x$-Welle- unter jede Schranke drücken.

(4) $\bigwedge_{i \in \mathbb{N}} \varrho_i(\sigma) = 1$ d.h. die Mittelwerte bleiben unberührt

Auf der folgenden Seite sind die Charakteristiken für verschiedene Filterstufen skizziert.

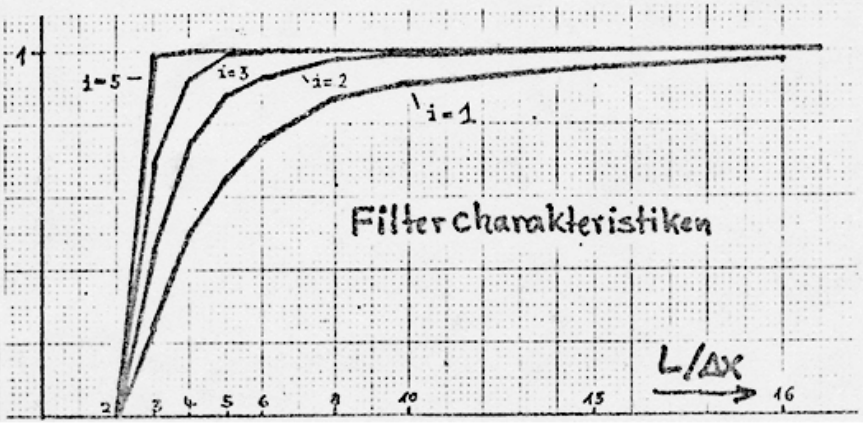


VARIABLE PB.

ZEIT IN TAGEN 13

Ergebis einer Rechnung von RÖCKNER mit dem feinen Hannover-Netz (Bodendruck)

Charakteristik des SHAPIRO-Filters für verschiedene Filterstufen:



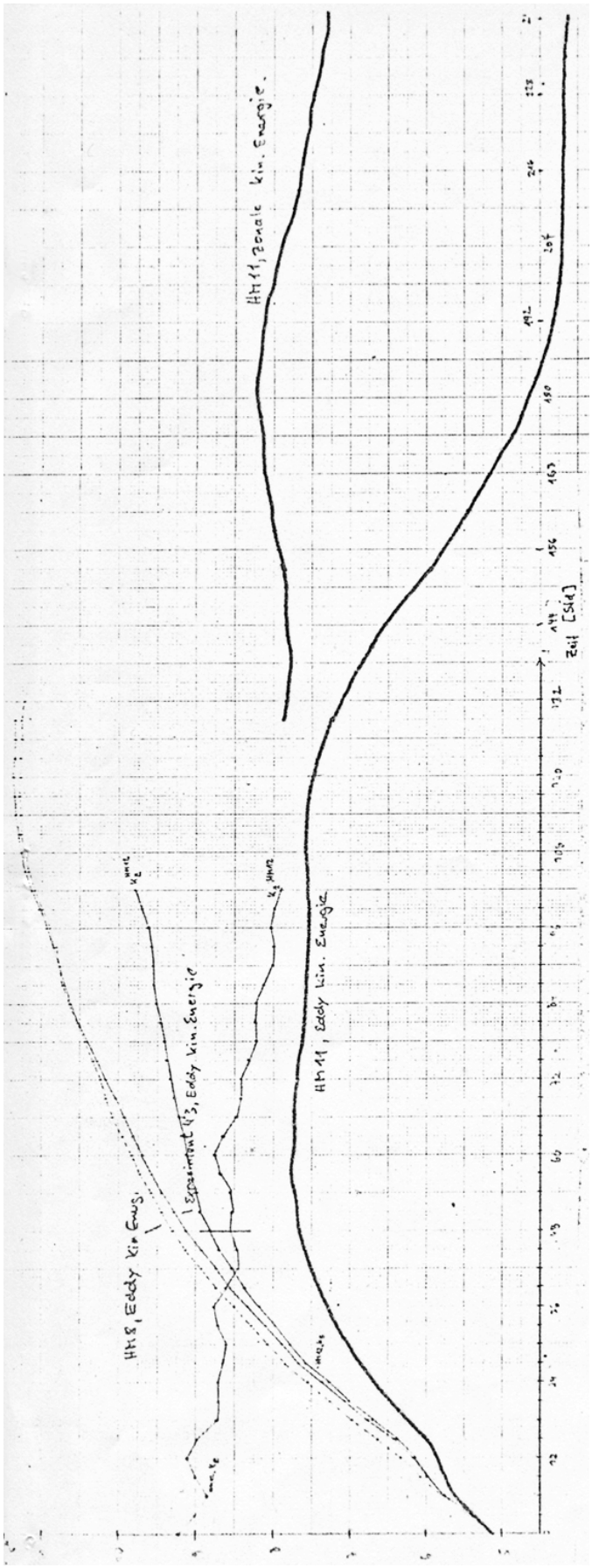


Abbildung
zeitliche Entwicklung der Eddy-und der zonalen kinetischen Energie in den Versuchen mit dem Hamburger 5,6°-Modell.

Folgende Experimente wurden bislang durchgeführt:

Exp. 43 Lauf ohne Diffusion und ohne Filterung

Charakteristisch für diesen Lauf ist das starke Anwachsen der Eddy-kinetischen Energie und das Absacken der zonalen kinetischen Energie

HM 8 Filterung des Massenfeldes (Temperaturfelder und Bodendruckfeld) alle 6. Stunden mit Filterstufe 5

Die Entwicklung der Eddy-kinetischen Energie und der zonalen kinetischen Energie verläuft ähnlich wie in Exp.43.

Die mittlere quadratische Divergenz, die als Maß für die Rauhigkeit des Geschwindigkeitsfeldes dienen kann, hat aber erheblich zugenommen (siehe Abb. auf der folgenden Seite)

HM 11 Filterung des Geschwindigkeitsfeldes (Horizontalkomponenten) alle 3 Stunden mit Filterstufe 3

Die mittlere quadratische Divergenz ist wesentlich kleiner als im Vergleichslauf Exp 43 (siehe Abb.) Das Verhältnis von Eddy- zu zonaler kinetischer Energie ist annähernd 1, d.h. stimmt recht gut mit dem in der Natur festgestellten Wert überein.

Ab der übernächsten Seite sind Isolinienbilder des 500 mb Geopotentials und des Bodendruckfeldes für Exp 43 und RH 11 abgedruckt. Außerdem findet man die Karten der aktuellen Situation.

HM 12 Filterung der Geschwindigkeiten der Temperaturfelder und der Feuchte alle 3 Stunden mit Stufe 5 während der Tage 0 bis 2. Ab Tag 2 nur noch Geschwindigkeiten mit Stufe 5.

Während der ersten zwei Tage zeigt die Divergenz ein Verhalten wie HM 8 (also viel zu groß) um dann nach Abschalten der Temperatur- und Feuchtefilterung "abzustürzen" auf ein Niveau unterhalb der Werte von Exp. 43 (siehe Abbildung auf der folgenden Seite.)

In der Zukunft sollen noch folgende Läufe durchgeführt werden:

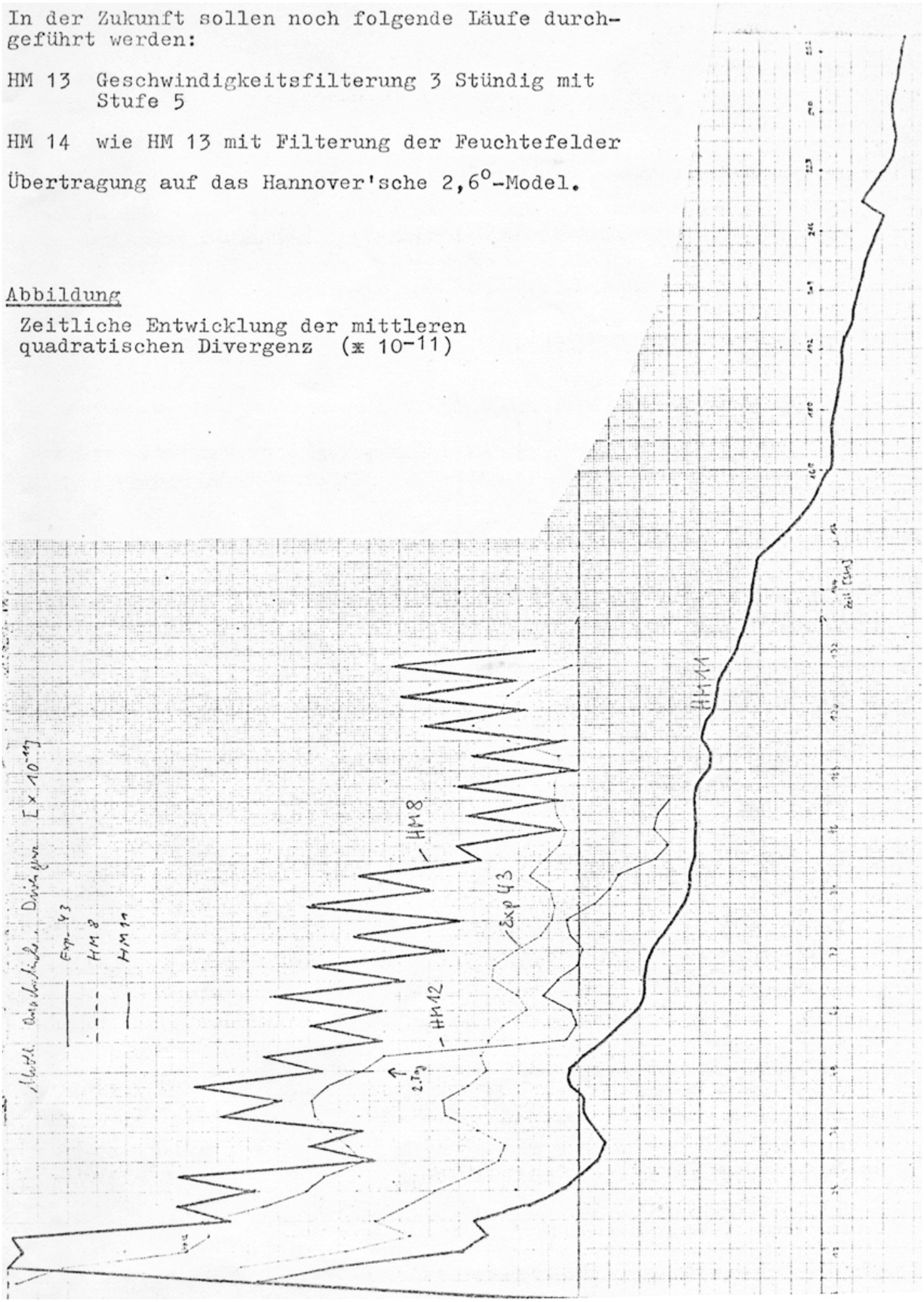
HM 13 Geschwindigkeitsfilterung 3 Stündig mit Stufe 5

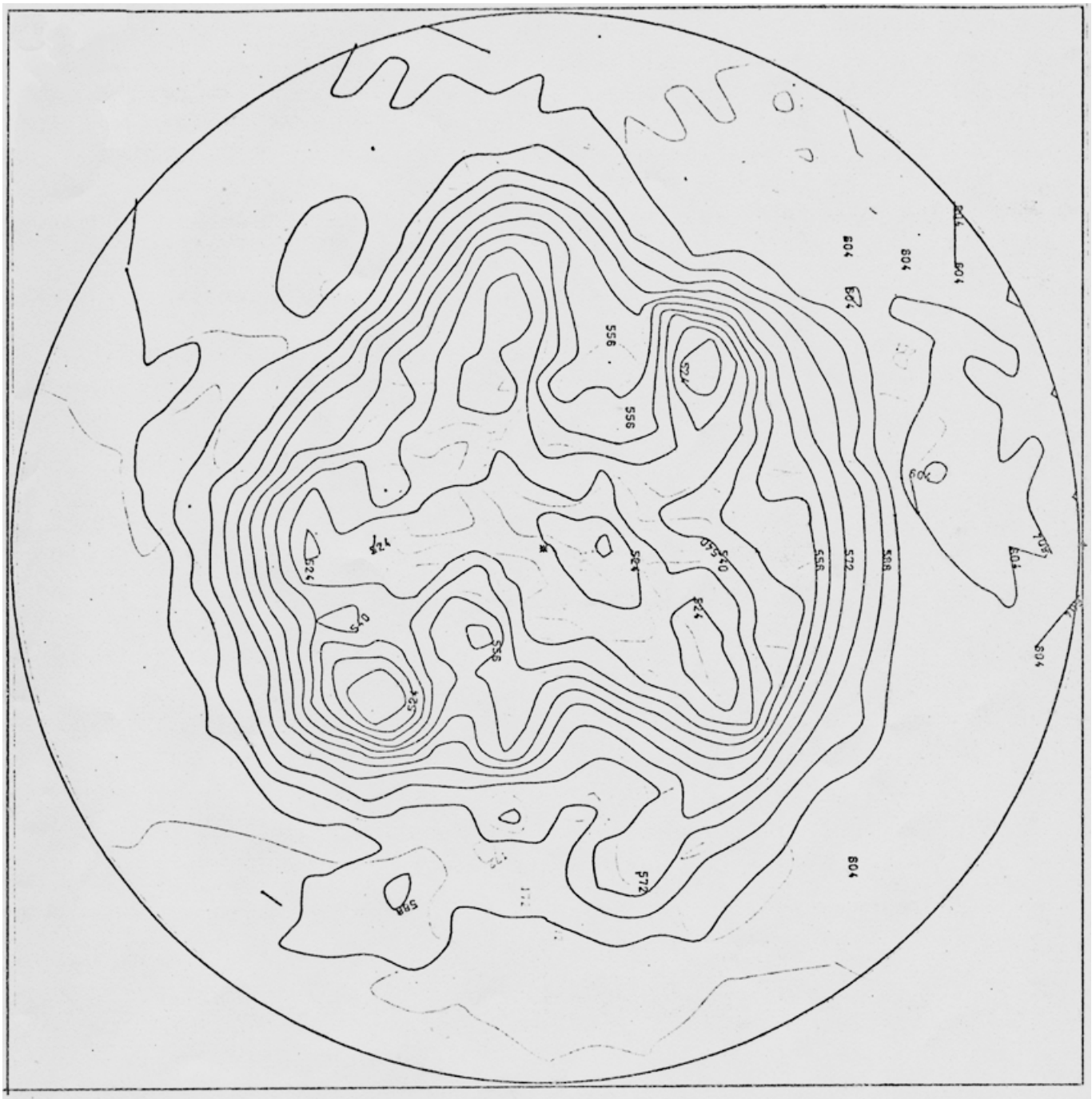
HM 14 wie HM 13 mit Filterung der Feuchtefelder

Übertragung auf das Hannover'sche 2,6°-Model.

Abbildung

Zeitliche Entwicklung der mittleren quadratischen Divergenz (* 10^{-11})

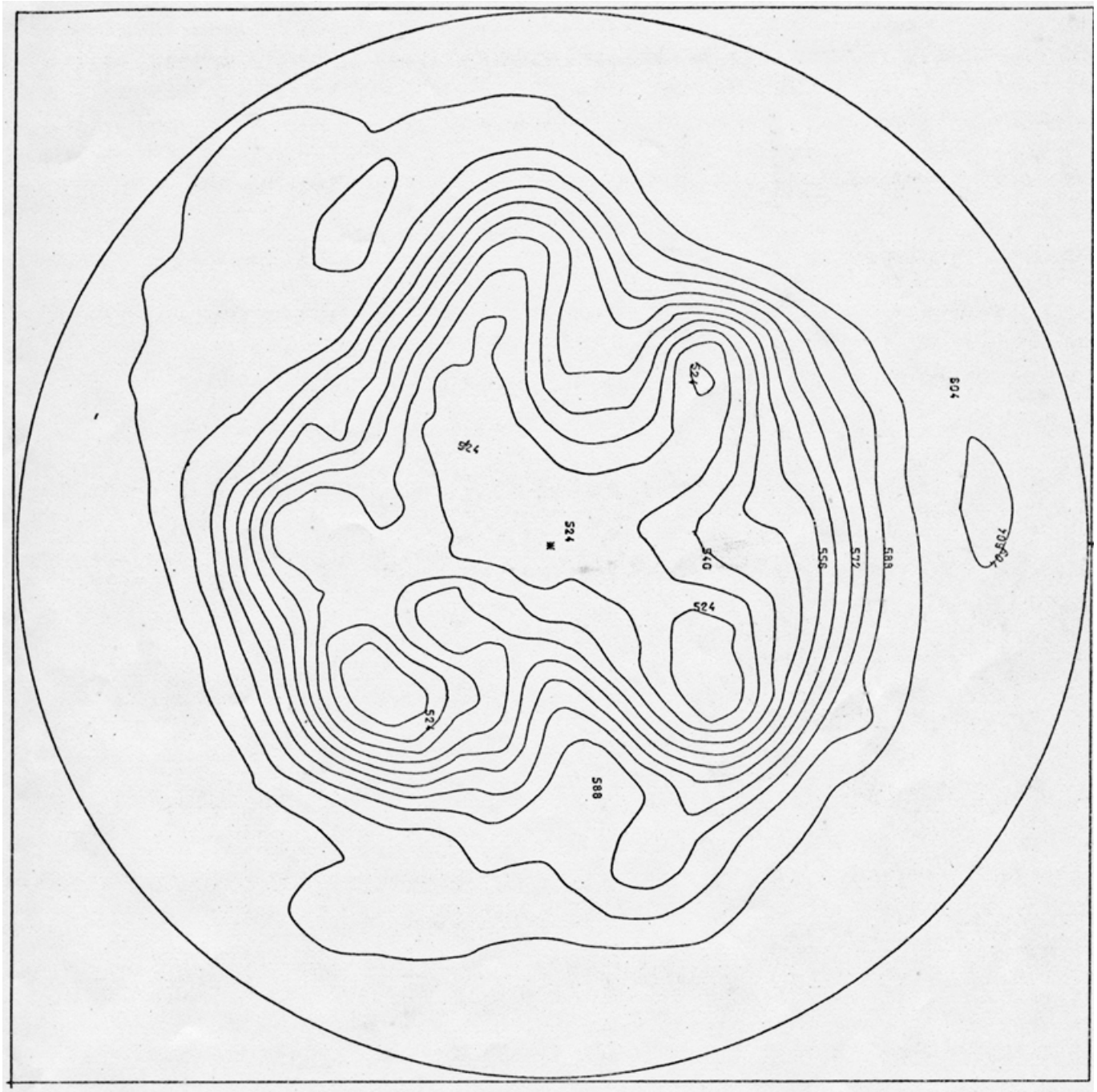




VARIABLE FI.. SCHICHT 2. ZEITSCHRITT 576

ZEIT IN TAGEN: 4.00

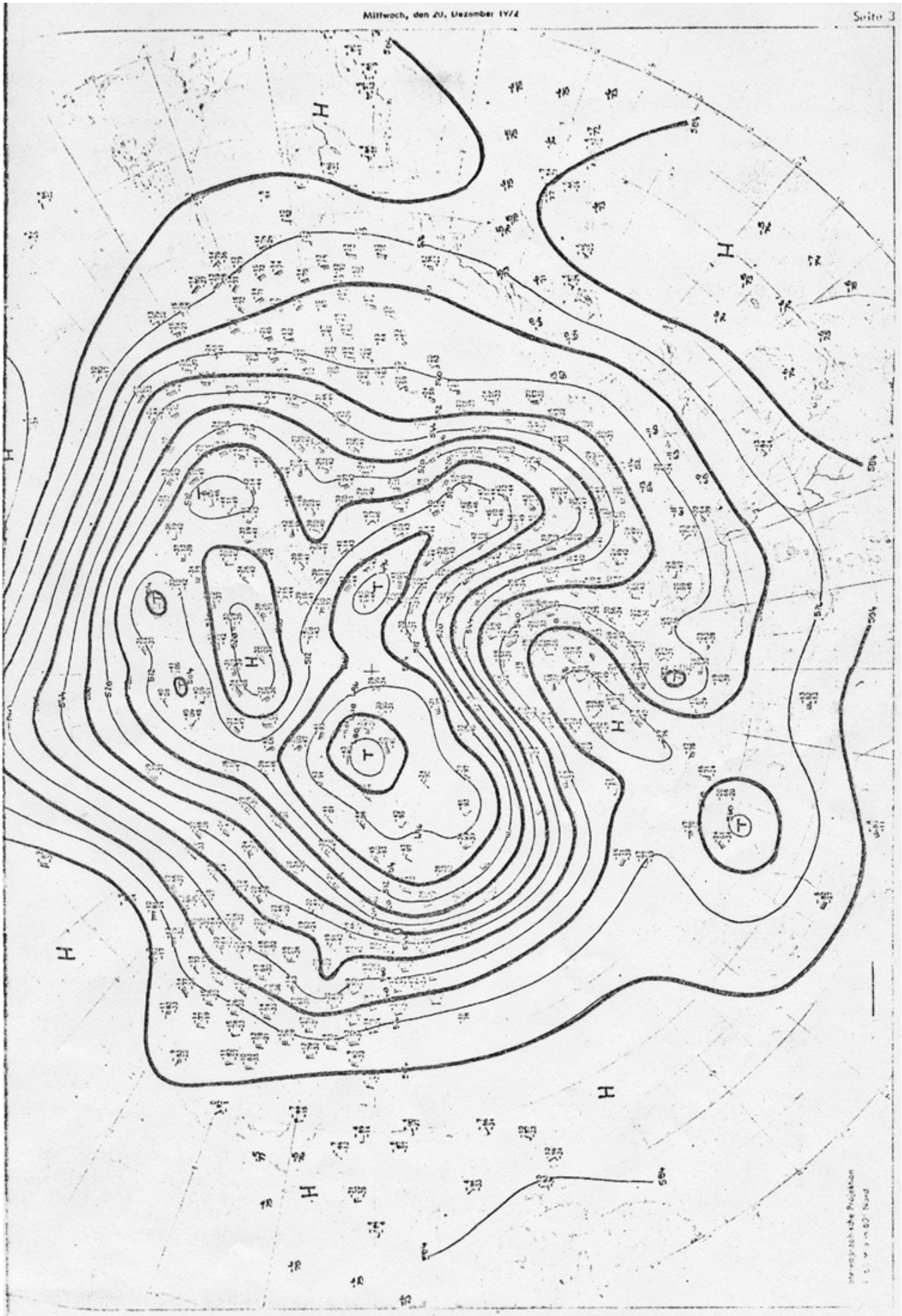
EXP.. 43 - WIE 42. ABER MIT FEUCHTKONVEKTION LAUF 0



VARIABLE FI, SCHICHT 2, ZEITSCHRITT 576

ZEIT IN TAGEN: 4.00

HM 11: GESCHWINDIGKEITEN 3STUENDIG 3. STUFE . LAUF 0



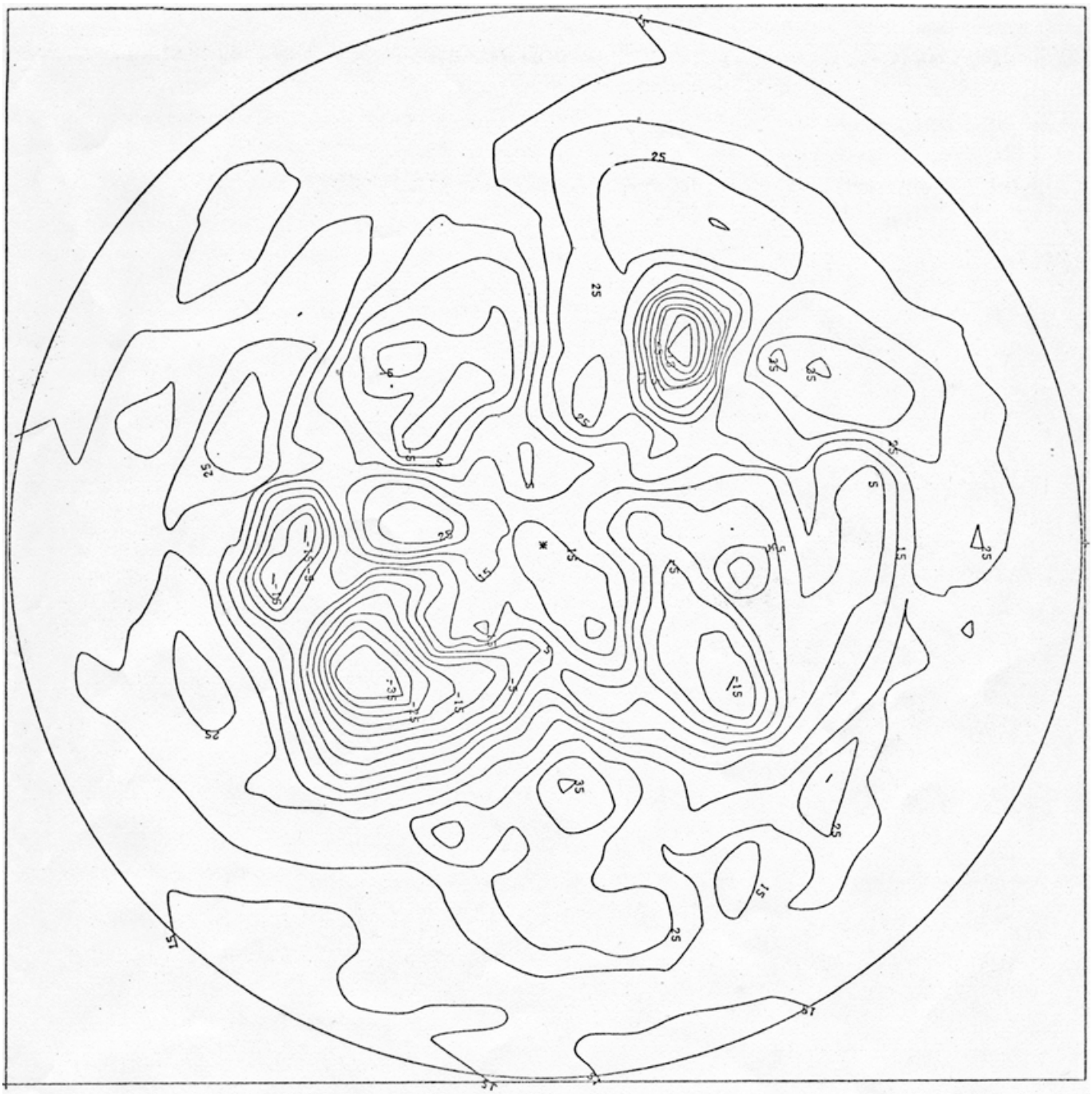
Absolute Topographie 500 mb 00 GMT

500 mb aktuell

VARIABLE PB. SCHICHT 1. ZEITSCHRITT 576

ZEIT IN TAGEN: 4.00

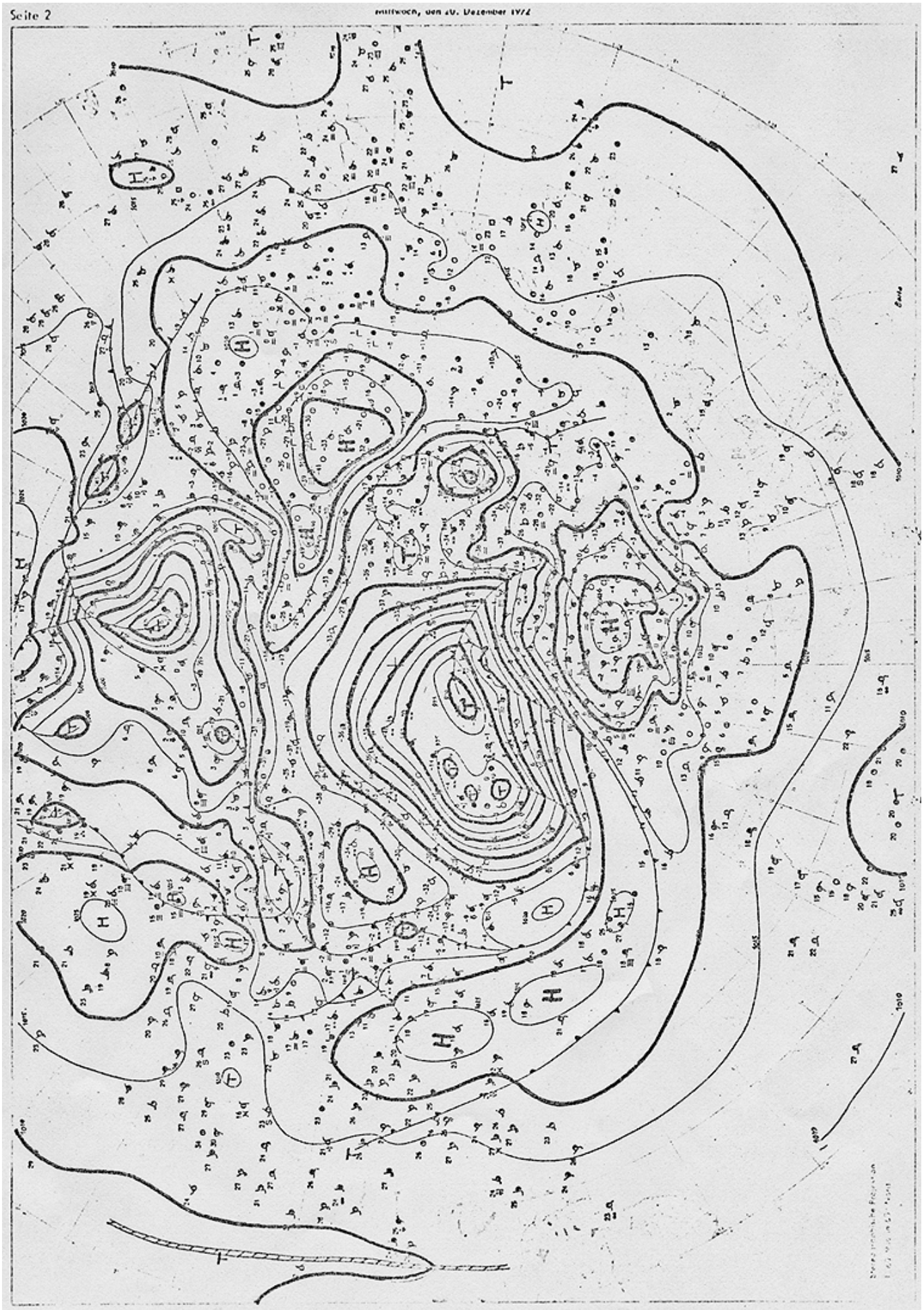
EXP. 43 - WIE 42. ABER MIT FEUCHTKONVEKTION LAUF 0



VARIABLE PB. SCHICHT 1. ZEITSCHRITT 576

ZEIT IN TAGEN: 4.00

HM 11: GESCHWINDIGKEITEN 3STUENDIG 3. STUFE LAUF 0



Wetterlage 00 GMT

Bodendruck aktuell

L I T E R A T U R

1 N. Phillips "An Example of Nonlinear Computational Instability" in Bolin (Ed.): "The Atmosphere and the Sea in Motion", The Rockefeller Institute Press 1959, Seite 501-504

2 F. Shuman "Numerical Methods in Weather Prediction II Smoothing and Filtering" Mon. Wea. Rev., 85, 1958, Seite 357 - 361

3 C. Wallington "The Use of Smoothing and Filtering Operators in Numerical Forecasts" Quart. J. Ro Met. Soc., 88, 1962, Seite 470 - 484

4 F.H. Bushby / C.J.Vlhitelam "A Three Parameter Modell of the Atmosphere suitable for Numerical Integration" Quart. J. R. Met. Soc., 87, 1961, Seite 374 - 392

5 A. Arakawa "Numerical Simulation of Large Scale Atmosphere Motion" in: SIAM - AMS Proceedings 2 "Numerical Solution of Field Problems in Continuum Physics", Seite 24 - 40 (1961?)

6 R. Shapiro "The Use of Linear Filtering as a Parametrization of Atmospheric Diffusion" J. Atm. Sc., 28, 1971, Seite 523 - 531

7 P.E. Francis "The Use of a Multipoint Filter as a Dissipative Mechanism in a Numerical Model of the General Circulation of the Atmosphere" Quart. J. R. Met. Soc., 1975, 101, Seite 567 - 582

8 E. Röckner "The Control of Noise in a General Circulation Model" in: "Simulation of Large-Scale Atmospheric Processes", Hamburg 1976, Seite 191 - 193

9 G.A. Corby, A. Gilchrist, R.L. Newson "A General Model of the Atmosphere suitable for long period integrations" Quart. JG Ro Meto Soc., 98, 1972, 809-832

10 R. Shapiro "Smoothing, Filtering and Boundary Effects" Reviews of Geophysics and Space Physics, 8 No.2, Mai 1970

11 J.L. Holloway, M. Spelman, S. Manabe "Latitude-Longitude Grid Suitable for Numerical Time Integration of a Global Atmospheric Model" Mon. Wea. Rev.~ Vol. 101(1) 1973, 69-78

12 H.-J. Lange "Anwendung eines baroklinen, adiabatischen Modells der Atmosphäre zur Untersuchung der spektralen Energetik mit Hilfe der numerischen Filteranalyse" Dissertation Berlin 1976